

Enquête 4 • SI • 6^e

Comment gagner au jeu de Nim ?



SI • 6^e

Comment gagner au jeu de Nim ?

 Objectifs du Plan d'études romand (PER):

EN 22 – S'approprier les concepts de base de la science informatique...
4 ... en créant, en exécutant, en comparant et en corrigeant des programmes

Algorithmes et programmation

- Création et comparaison de programmes avec des séquences, des tests conditionnels et des boucles à l'aide d'un langage de programmation visuel pour résoudre des problèmes simples

Liens disciplinaires:

- L1 21 – Compréhension de l'écrit; L1 22 – Production de l'écrit; L1 23 – Compréhension de l'oral; L1 24 – Production de l'oral
- MSN 22 – Nombres; MSN 25 – Modélisation
- SHS 21 – Relation Homme-Espace; SHS 23 – Outils et méthodes de recherche

 Intentions pédagogiques:

L'enquête du jeu de Nim permet aux élèves de comprendre comment on peut écrire un algorithme (succession d'étapes permettant de résoudre un problème) qui met en œuvre une stratégie gagnante. L'utilisation du «si...alors» est essentielle dans cette enquête scientifique. Le choix de faire vivre cette démarche permet d'appréhender un raisonnement abstrait en passant par le vécu d'une situation ludique.

 Sous diverses formes, les jeux de Nim semblent avoir été pratiqués en Europe dès le XVI^e siècle et même avant, en Chine. Charles Leonard Bouton (un mathématicien américain) les baptisa du nom de Nim sans que nous sachions si Nim provient de l'allemand Nimm qui signifie prendre, du verbe de l'ancien anglais Nim qui avait le même sens, ou si c'est une astuce graphique puisqu'en retournant NIM, on obtient le mot anglais WIN qui signifie gagner. Les jeux de Nim sont des jeux de stratégie pure, sans hasard, à deux joueurs. Il en existe plusieurs variantes. Ils se jouent avec des graines, des billes, des jetons, des allumettes ou tout autre objet facilement manipulable. Le but consiste à enlever 1, 2 ou 3 objets à chaque tour. La ou le vainqueur est celui qui peut jouer en dernier.

source: interstices.info [[56-44-01](#)]

La question de l'enquête:

Comment gagner au jeu de Nim ?

Étape	Résumé	Matériel
1. Pour comprendre la question  Durée: 35 minutes	Début de l'investigation: <ul style="list-style-type: none"> • Lire un texte sur les origines et les règles du jeu de Nim. • Découvrir le jeu par une activité centrée sur la manipulation. 	<ul style="list-style-type: none"> • fiche 1 (1 par élève) • 16 bâtonnets ou objets identiques (par groupe)
2. Pour répondre à la question  Durée: 45 minutes	Poursuite de l'investigation: <ul style="list-style-type: none"> • Expérimenter différentes stratégies pour gagner. • Débattre de la meilleure stratégie à adopter et la tester. 	<ul style="list-style-type: none"> • fiche 1 distribuée lors de la séance 1 (1 par élève) • 16 bâtonnets ou objets identiques (par groupe) • feuille (1 par groupe)
3. Pour conclure  Durée: 45 minutes	Conclusion: <ul style="list-style-type: none"> • Découvrir l'algorithme qui permet de gagner au jeu de Nim et l'écrire. • Tester l'algorithme (la stratégie gagnante). 	<ul style="list-style-type: none"> • 16 bâtonnets ou objets identiques (par groupe) • feuille (1 par élève) • fiche 2 (1 par élève)

Étape 1

Éléments pour comprendre la question

Résumé:

- Lire un texte sur les origines et les règles du jeu de Nim.
- Découvrir le jeu par une activité centrée sur la manipulation.



Matériel:

- fiche 1 (1 par élève)
- 16 bâtonnets ou objets identiques (par groupe)

Temps 1.1: Qu'est-ce que le jeu de Nim?

Modalités de travail: en collectif



Durée: 15 minutes

On écrit la question au tableau: Comment gagner au jeu de Nim?

On distribue la fiche 1 présentant le jeu et expliquant comment y jouer. Les élèves lisent individuellement la fiche. Une mise en commun est organisée pour s'assurer de la compréhension du texte et des règles du jeu. Il est également possible de prendre en charge ce moment en donnant oralement les explications aux élèves.

Temps 1.2: Mise en pratique du jeu

Modalités de travail: en groupes (2-3 élèves)



Durée: 20 minutes

Le matériel est préparé pour jouer en binômes ou par trois (16 objets par groupe).

Consigne: Vous allez jouer l'un contre l'autre. Essayez de trouver une manière de gagner à chaque fois.

Les élèves jouent plusieurs fois pour bien comprendre le jeu et essaient de trouver une manière de gagner à tous les coups.

On peut également mettre en place un jeu avec 3 élèves (2 qui jouent l'un contre l'autre et un troisième qui observe, puis on change de rôle). Cette disposition du jeu permet au troisième élève d'observer et ainsi de prendre du recul et potentiellement de mieux comprendre la situation. L'alternance de la manipulation et de l'observation peut se révéler très intéressante.

Étape 2

Éléments pour répondre



Résumé:

- Expérimenter différentes stratégies pour gagner.
- Débattre de la meilleure stratégie à adopter et la tester.



Matériel:

- fiche 1 distribuée lors de la séance 1 (1 par élève)
- 16 bâtonnets ou objets identiques (par groupe)
- feuille (1 par groupe)

Temps 2.1: Comment gagner au jeu de Nim?

Modalités de travail: en groupes (2-3 élèves)



Durée: 15 minutes

Cette enquête s'appuie sur la méthode essai-erreur, qui est fondamentale dans une démarche de résolution de problème. En testant différentes stratégies pour gagner, les élèves vont ainsi tester différentes solutions (algorithmes) et de les confronter ensuite à la réalité du jeu.



On propose aux élèves de reformuler les règles du jeu de Nim (voir fiche 1) en indiquant la stratégie à adopter pour gagner.

Les élèves doivent donc verbaliser la stratégie gagnante puis l'écrire sur une feuille.

Si des élèves ont des difficultés à trouver une hypothèse, alors on peut les aider en leur donnant une hypothèse à tester. Par exemple: laisser son adversaire commencer permet de gagner à tous les coups.

Nous sommes dans la phase d'émission des hypothèses par les élèves. Il s'agit de travailler ce moment et de les faire réfléchir sur la manière dont on va résoudre le problème, en l'occurrence de répondre à la question: Comment trouver une stratégie pour gagner au jeu de Nim à tous les coups?

On expliquera aux élèves qu'il est important dans un premier temps de réfléchir (dire et écrire une hypothèse) avant de manipuler les bâtonnets (ou les objets). La phase de manipulation correspond au test de l'hypothèse. Il est important de tester ses hypothèses pour s'assurer qu'elles sont correctes.

Temps 2.2: Les élèves testent leurs hypothèses

Modalités de travail: en groupes (2-3 élèves)



Durée: 15 minutes

Les élèves jouent. En circulant parmi les groupes, on repère les différentes stratégies en vue de la mise en commun du temps suivant.

Voici un exemple de ce que peut produire un groupe pour garder une trace de sa stratégie:

Les bâtonnets pris par l'élève A sont dessinés et le nombre de bâtonnets restants est noté.

Tour 1
L'élève A prend 3 bâtonnets, il en reste donc 13.

Tour 3
L'élève A prend 2 bâtonnets, il en reste donc 8.

Tour 5
L'élève A prend 2 bâtonnets, il en reste donc 4.

Tour 7
L'élève A prend les 2 derniers bâtonnets.

13 **Tour 2**
L'adversaire prend 3 bâtonnets, il en reste donc 10.

8 **Tour 4**
L'adversaire prend 2 bâtonnets, il en reste donc 6.

4 **Tour 6**
L'adversaire prend 2 bâtonnets, il en reste donc 2.

L'élève A a gagné.

Cette trace écrite va permettre au groupe d'affiner les coups à jouer afin d'élaborer, par un jeu d'essais et d'erreurs, la stratégie gagnante.

On peut également donner un tableau pour aider les élèves (exemple d'une partie sans stratégie pour gagner)

Nombre de bâtonnets au départ: 16

	Tour 1	Tour 2	Tour 3	Tour 4	Tour 5	Tour 6	Tour 7
Élève A	L'élève A prend 3 bâtonnets, et écrit 3.	L'élève A prend 2 bâtonnets, il écrit 2.	2	2			
Nombre de bâtonnets restants	13	8	4	0 L'élève A a gagné.			
Élève B	L'élève B prend 3 bâtonnets et écrit 3.	L'élève B prend 3 bâtonnets et écrit 2.	2				
Nombre de bâtonnets restants	10	6	2				

Temps 2.3: Débat des différentes hypothèses

Modalités de travail: en collectif

 **Durée:** 15 minutes

Consigne: Pouvez-vous nous donner vos observations pendant les différentes parties jouées?

Les élèves proposent leur solution, leur stratégie gagnante (que l'on peut définir comme un algorithme) qui peut être testée. Il peut être intéressant de changer les groupes afin d'augmenter les interactions entre élèves. Pendant ce temps, on peut observer les différentes stratégies mises en œuvre par les élèves.

Les élèves vont comprendre à force d'enchaîner les parties que cette suite d'instructions permet de gagner.

- Si l'autre prend 1 objet alors j'en prends 3.
- Si l'autre prend 2 objets alors j'en prends 2.
- Si l'autre prend 3 objets alors j'en prends 1.

Le problème est que cela ne permet pas de gagner à tous les coups (la stratégie gagnante est incomplète). Pour le démontrer, on propose aux élèves de jouer 2 parties: durant la première partie, on applique secrètement dans son entier l'algorithme qui permet de gagner (on laisse donc son adversaire commencer) afin de la gagner et la seconde partie, on laisse volontairement son adversaire gagner (on commence donc la partie) prouvant ainsi que la suite d'instructions ci-dessus ne suffit pas pour gagner à tous les coups.



Stratégie gagnante

(à expliquer aux élèves si elle n'émerge pas lors de la mise en commun à l'étape 3)

L'algorithme qui permet de gagner à tous les coups au jeu de Nim (avec 16 objets) est le suivant:

- Je dois laisser l'autre commencer la partie et le laisser prendre 1, 2 ou 3 objets.
- Si l'autre prend 1 objet alors j'en prends 3.
- Si l'autre prend 2 objets alors j'en prends 2.
- Si l'autre prend 3 objets alors j'en prends 1.

Pour comprendre pourquoi cet algorithme permet de gagner à tous les coups, on réduit le nombre total d'objets à 4 et on applique l'algorithme ci-dessus:

- Je dois laisser l'autre commencer la partie et le laisser prendre 1, 2 ou 3 objets.
- Si l'autre prend 1 objet alors il reste 3 objets, j'en prends 3 et j'ai gagné.
- Si l'autre prend 2 objets alors il reste 2 objets, j'en prends 2 et j'ai gagné.
- Si l'autre prend 3 objets alors il reste 1 objet, j'en prends 1 et j'ai gagné.

On peut poursuivre la démonstration avec 8 objets:

- Je dois laisser l'autre commencer la partie et le laisser prendre 1, 2 ou 3 objets.
- Si l'autre prend 1 objet alors il reste 7 objets, j'en prends 3 et on se retrouve avec 4 objets.
- Si l'autre prend 2 objets alors il reste 6 objets, j'en prends 2 et on se retrouve avec 4 objets.
- Si l'autre prend 3 objets alors il reste 5 objets, j'en prends 1 et on se retrouve avec 4 objets.

Et ainsi de suite...

On peut prendre des multiples de 4 soit 4, 8, 12, 16, voire 20, 24, 28, 32... en fonction des élèves si on veut faire varier la difficulté et mettre en place une différenciation.

Et si nous avons choisi 32 bâtonnets pour le jeu de Nim...

Étape 3

Éléments pour conclure (validation, mise en forme)

Résumé:

- Découvrir l'algorithme qui permet de gagner au jeu de Nim et l'écrire.
- Tester l'algorithme (la stratégie gagnante).



Matériel:

- 16 bâtonnets ou objets identiques (par groupe)
- feuille (1 par élève)
- fiche 2 (1 par élève)

Temps 3.1: Mise en commun collective

Modalités de travail: en collectif

 Durée: 15 minutes

On réalise la mise en commun avec tous les élèves.

Deux cas de figure existent:

1. Au moins un groupe a trouvé la stratégie gagnante et donc on laisse ce groupe la verbaliser aux autres.
2. Aucun groupe n'a trouvé et alors on joue collectivement une partie en explicitant chaque action effectuée pour gagner.

Temps 3.2: Écriture de la stratégie gagnante (l'algorithme)

Modalités de travail: en groupes (2-3 élèves), puis en collectif

 Durée: 15 minutes

On demande aux élèves d'écrire la stratégie qui permet de gagner au jeu de Nim avec 16 objets. L'idée est d'écrire par groupes, puis individuellement l'algorithme qui permet de gagner.

On proposera une affiche (voir propositions ci-après) pour garder une trace de ce travail et pouvoir s'y référer par la suite pour écrire ce qu'est un algorithme et la structure logique du *si...alors...*

La fiche 2 peut être utilisée comme trace écrite individuelle.



Proposition d'affiches à réaliser avec les élèves

<p>Jeu de Nim (avec 16 objets)</p> <p>Je laisse l'adversaire commencer</p> <p>L'adversaire prend ? jeton(s)</p> <p>Si 1 jeton pris alors en prendre 3</p> <p>Si 2 jetons pris alors en prendre 2</p> <p>Si 3 jetons pris alors en prendre 1</p>	<p>Jeu de Nim (avec 16 objets)</p> <p>Je laisse l'adversaire commencer</p> <p>L'adversaire prend ? jeton(s)</p> <div style="border: 2px solid red; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>Prendre le complément à 4</p> </div>	<p>Jeu de Nim (avec 16 objets)</p> <p>Je laisse l'adversaire commencer</p> <p>L'adversaire prend ? jeton(s)</p> <div style="border: 2px solid red; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>Prendre le complément à 4</p> </div> <p>Tant qu'il y a des jetons sur la table</p>
---	--	--

Temps 3.3: Changement du nombre d'objets

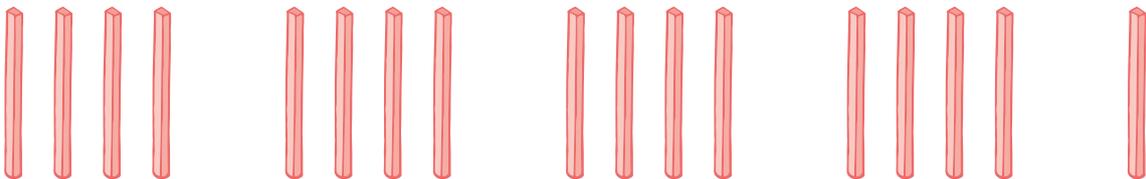
Modalités de travail: en groupes (2-3 élèves)

 **Durée: 15 minutes**

On propose aux élèves de jouer au jeu de Nim mais de prendre 17 objets plutôt que 16.

On présente sur une table les 17 bâtonnets alignés.

Pour certaines et certains élèves, on présente les bâtonnets par tas de 4 + 1 bâtonnet tout seul.



On pose la question aux élèves avant de jouer: Est-ce que cela va changer la stratégie gagnante?

La stratégie qui permet de gagner au jeu de Nim (dans la situation décrite au départ avec 16 objets et la prise de 1, 2 ou 3 objets par tour) est liée à la position 4 et non à la disposition des objets. On peut prendre des multiples de 4 soit 4, 8, 12, 16...

- Si on fait tourner l'algorithme, on gagne à tous les coups, que cela soit avec 4, 8, 12, 16 bâtonnets (multiple de 4)
- Si on prend 17 bâtonnets, l'idée est de revenir à un multiple de 4 (soit 16 bâtonnets).
Pour cela, il suffit de changer la première instruction de l'algorithme:

Je laisse commencer mon adversaire devient je commence et je prends 1 bâtonnet (pour revenir à 16).

 Un algorithme est une stratégie gagnante permettant de trouver la solution à un problème donné.

L'algorithme qui permet de gagner à tous les coups au jeu de Nim (avec 17 objets) est le suivant:

- Je commence la partie et je prends 1 objet pour revenir à 16 objets et donc à un multiple de 4.
- Si l'autre prend 1 objet alors j'en prends 3.
- Si l'autre prend 2 objets alors j'en prends 2.
- Si l'autre prend 3 objets alors j'en prends 1.
- Et j'ai gagné!

Compléments – Prolongements – Variantes

On peut proposer des variantes avec 18 ou 19 objets ou avec 20, 24 (ou tout autre multiple de 4).

On peut également changer la règle du jeu, par exemple, en proposant de ne prendre qu'un ou deux objets à chaque tour.

On demande aux élèves de quelle manière cela modifie la stratégie gagnante (l'algorithme).

Algorithme pour la nouvelle règle du jeu de Nim

L'algorithme qui permet de gagner à tous les coups au jeu de Nim (avec 16 objets) et la nouvelle règle où on peut prendre 1 ou 2 objets est le suivant:

- Je commence la partie et je prends 1 objet, j'ai donc 15 objets (un multiple de 3)
- Si l'autre prend 1 objet alors j'en prends 2.
- Si l'autre prend 2 objets alors j'en prends 1.
- Et j'ai gagné!

Ce nouvel algorithme permet de gagner en prenant en compte la nouvelle règle du jeu de Nim et en l'adaptant aux nouvelles contraintes ou aux nouvelles données.

Si on part avec 15 objets, alors l'algorithme sera le suivant:

- Je laisse commencer l'autre.
- Si l'autre prend 1 objet alors j'en prends 2.
- Si l'autre prend 2 objets alors j'en prends 1.
- Et j'ai gagné!

Présentation du jeu de Nim

D'où vient le jeu de Nim ?

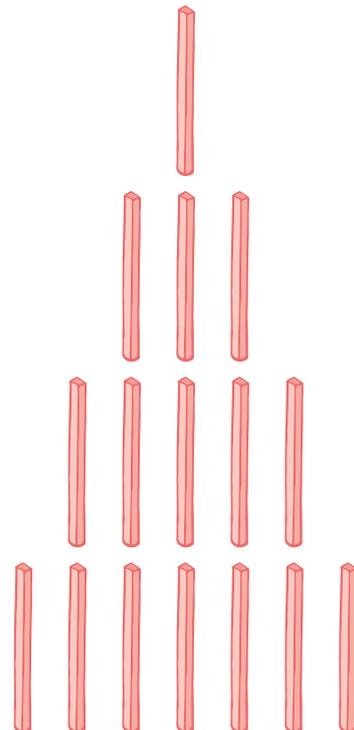
Sous diverses formes, les jeux de Nim semblent avoir été pratiqués en Europe dès le XVI^e siècle et même avant, en Chine.

Les jeux de Nim se jouent à deux. Il existe plusieurs variantes. Ils se jouent avec des graines, des billes, des jetons, des allumettes ou tout autre objet facilement manipulable.

Charles Leonard Bouton (un mathématicien américain) les baptisa du nom de Nim sans que nous sachions si Nim provient de l'allemand *nimm* qui signifie prendre, du verbe de l'ancien anglais *nim* qui avait le même sens, ou si c'est une astuce graphique puisqu'en retournant NIM, on obtient le mot anglais WIN qui signifie gagner.

Les règles du jeu de Nim

- Vous avez besoin de 16 bâtonnets (ou autres objets identiques) à répartir pour faire une pyramide de quatre étages: une base de sept bâtonnets, puis un étage de 5 bâtonnets, surmonté d'un avant-dernier étage de 3 bâtonnets, pour finir avec au sommet un seul bâtonnet.
- Le jeu se joue à deux. Chaque personne, à tour de rôle, peut prendre un, deux ou trois bâtonnets. La personne qui prend le dernier (ou les deux derniers ou les trois derniers bâtonnets) a gagné.



Fiche 2

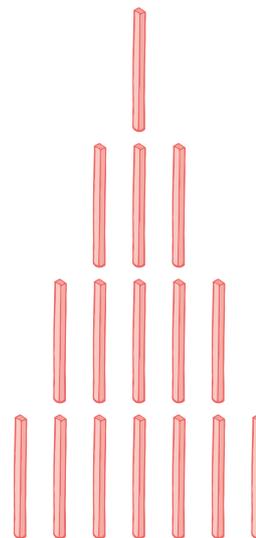
Prénom:

Jeu de Nim

Rappel des règles du jeu:

- Utiliser 16 objets
- Jouer à 2
- À tour de rôle, prendre 1, 2 ou 3 objets

But: Prendre le ou les derniers objets



Stratégie gagnante (algorithme):

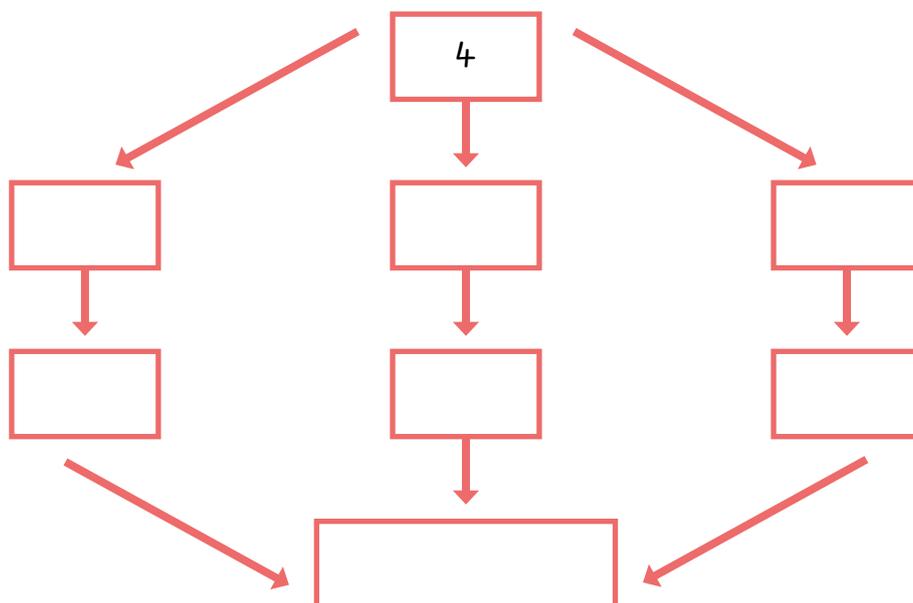
→ _____

Si mon adversaire prend **1** objet, alors j'en prends → _____

Si mon adversaire prend **2** objets, alors j'en prends → _____

Si mon adversaire prend **3** objets, alors j'en prends → _____

Exemple lorsqu'il reste 4 objets:



Fiche 2

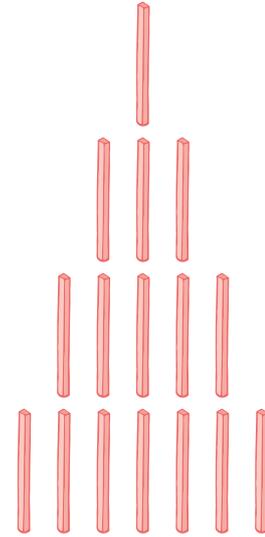
Corrigé

Jeu de Nim

Rappel des règles du jeu :

- Utiliser 16 objets
- Jouer à 2
- À tour de rôle, prendre 1, 2 ou 3 objets

But: Prendre le ou les derniers objets



Stratégie gagnante (algorithme):

→ Je laisse mon camarade commencer la partie

Si mon adversaire prend **1** objet, alors j'en prends → 3

Si mon adversaire prend **2** objets, alors j'en prends → 2

Si mon adversaire prend **3** objets, alors j'en prends → 1

Exemple lorsqu'il reste 4 objets:

